

FIȘA 18. Arbori

Pentru fiecare din itemii următori, alegeți litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Un graf neorientat este complet dacă oricare două noduri distincte ale sale sunt adiacente. Care este numărul de muchii care trebuie eliminate dintr-un graf neorientat, complet, cu 7 noduri, astfel încât graful parțial obținut să fie arbore?
 - a. 15
 - b. 1
 - c. 6
 - d. 21
2. Un graf neorientat cu 8 noduri are gradele nodurilor egale cu $1, 2, 4, 2, 3, 2, 1, x$. Pentru ce valoare a lui x graful este arbore?
 - a. $x=1$
 - b. $x<3$
 - c. $x>3$
 - d. nicio valoare
3. Care dintre următoarele șiruri de numere reprezintă gradele nodurilor unui arbore cu 5 noduri?
 - a. $1, 1, 3, 1, 0$
 - b. $4, 1, 5, 1, 2$
 - c. $4, 3, 2, 1, 1$
 - d. $2, 1, 1, 3, 1$
4. Un arbore cu 11 noduri, numerotate de la 1 la 11, este memorat cu ajutorul vectorului de „tați” $t=(2, 5, 5, 3, 0, 2, 4, 6, 6, 2, 3)$. Mulțimea tuturor ascendenților nodului 8 este:
 - a. $\{1, 2, 5, 6, 10\}$
 - b. $\{6, 2, 5\}$
 - c. $\{6\}$
 - d. $\{5, 2\}$
5. Un arbore cu rădăcină are nodurile numerotate de la 1 la 18 și este reprezentat prin vectorul de „tați” $t=(8, 8, 0, 3, 4, 3, 4, 7, 1, 2, 3, 3, 7, 8, 3, 5, 6, 8)$. Numărul tuturor descendenților nodului 3 este egal cu:
 - a. 3
 - b. 6
 - c. 17
 - d. 18
6. Într-un arbore cu rădăcină, cu 10 noduri, numerotate de la 1 la 10, nodul 10 este rădăcină, iar între celelate noduri există relația: nodul cu numărul $i+1$ este tatăl celui cu numărul i , pentru $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Vectorul de „tați” al arborelui astfel definit, este:
 - a. $(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$
 - b. $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0)$
 - c. $(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 0)$
 - d. $(9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0)$
7. Se consideră vectorul de „tați” al unui arbore cu rădăcină $t=(3, 4, 0, 3, 3, 5)$ ale cărui noduri sunt numerotate de la 1 la 6. Alegeți afirmația corectă:
 - a. nodurile 4 și 6 sunt noduri de tip frunză
 - b. nodul 3 are un singur descendent direct (fiu)
 - c. nodul 6 este tatăl nodului 5
 - d. nodurile 1, 2, 6 sunt noduri de tip frunză
8. Care dintre următorii vectori NU poate reprezenta vectorul „de tați” al unui arbore cu rădăcină, cu 5 noduri, numerotate de la 1 la 5?
 - a. $3\ 1\ 0\ 1\ 2$
 - b. $2\ 0\ 1\ 1\ 2$
 - c. $3\ 4\ 0\ 2\ 3$
 - d. $4\ 1\ 1\ 0\ 2$
9. Numărul de noduri ale unui arbore cu 100 de muchii este:
 - a. 101
 - b. 99
 - c. 100
 - d. 50

10. Fie un arborele cu rădăcină, cu 9 noduri, numerotate de la 1 la 9. Care este vectorul „de tați” al acestui arbore știind că nodurile 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 au exact câte un descendent direct (fiu)?
- a. (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) b. (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)
c. (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) d. (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)
11. Se consideră arborele cu 12 noduri, numerotate de la 1 la 12, definit prin următorul vector „de tați”: (4, 8, 0, 3, 10, 1, 8, 3, 2, 4, 7, 10). Care dintre nodurile arborelui au exact un descendent direct (fiu)?
- a. 6, 9, 11 b. 1, 2, 7
c. 5, 12, 6, 9, 11 d. 10, 1, 2, 7
12. Un arbore cu rădăcină, cu 9 noduri, numerotate de la 1 la 9, este memorat cu ajutorul vectorului „de tați” $t = (9, 3, 4, 7, 3, 9, 0, 7, 2)$. Mulțimea tuturor nodurilor de tip frunză este:
- a. {8, 6, 1, 5} b. {1, 6} c. {8} d. {1, 6, 8}
13. Un arbore cu rădăcină, cu 11 noduri, numerotate de la 1 la 11, este memorat cu ajutorul vectorului de tați $t = (2, 5, 5, 3, 0, 2, 4, 6, 6, 2, 3)$. Descendenții direcți (fiii) ai nodului 2 sunt:
- a. 1, 6 și 10 b. 5 c. 6, 8 și 9 d. 3
14. Câte valori nule pot să apară într-un vector cu legături „de tip tată” asociat unui arbore cu rădăcină care conține 10 noduri?
- a. niciuna b. exact una
c. depinde de configurația arborelui d. exact două
15. Care este numărul maxim de valori egale care pot să apară într-un vector cu legături „de tip tată” asociat unui arbore cu rădăcină care conține 10 noduri?
- a. cel mult 2 b. 10
c. nu pot să apară valori egale într-un vector cu legături de tip tată d. 9
16. Se consideră un arbore cu rădăcină memorat cu ajutorul vectorului de „tați” $T = (2, 0, 1, 1, 1, 2)$. Stabiliți care dintre nodurile arborelui sunt situate pe nivelul 3, dacă rădăcina este situată pe nivelul 1?
- a. 3 4 5 b. 1 c. 2 6 d. 1 2 6
17. Se consideră arborele cu 18 noduri având nodurile numerotate de la 1 la 18 și vectorul de tați (12, 17, 4, 0, 12, 17, 13, 1, 14, 13, 14, 3, 16, 4, 17, 14, 3, 6). Considerând că rădăcina arborelui se află pe nivelul 1, stabiliți câte noduri se află pe nivelul 3.
- a. 4 b. 5 c. 3 d. 6

18.

Se consideră un arbore G , cu rădăcină, memorat cu ajutorul vectorului de „tați” următor:
 $T = (2, 0, 4, 2, 4, 7, 2)$. Care dintre următoarele afirmații este adevărată?

- Nodurile 1, 4 și 6 sunt frați.
- G este conex și prin eliminarea unei muchii oarecare din G , graful obținut nu este conex.
- Prin eliminarea muchiei $[6, 7]$ se obține un graf parțial, conex.
- Arborele G are 5 frunze.

19.

Fie arborele $G = (V, E)$ în care mulțimea vârfurilor este $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, iar mulțimea muchiilor este $E = \{[1, 3], [1, 4], [2, 1], [2, 5], [3, 7], [4, 8], [4, 9], [5, 6], [9, 10]\}$. Considerând vârful 1 rădăcina arborelui, vectorul de tați corespunzător arborelui G este:

- $T = (0, 1, 1, 3, 1, 5, 3, 4, 9, 4)$
- $T = (0, 1, 1, 1, 3, 5, 3, 4, 4, 4)$
- $T = (0, 1, 1, 1, 5, 2, 4, 3, 4, 9)$
- $T = (0, 1, 1, 1, 2, 5, 3, 4, 4, 9)$

20.

Se consideră arborele cu 14 noduri având următoarele muchii: $[3, 4], [4, 14], [14, 13], [4, 5], [1, 5], [5, 7], [2, 7], [6, 7], [6, 9], [8, 9], [9, 12], [11, 12], [10, 12]$. Care dintre vectorii următori reprezintă vectorul de tați al arborelui dat?

- $(5, 7, 4, 5, 0, 7, 5, 9, 6, 12, 12, 11, 14, 4)$
- $(5, 7, 4, 0, 4, 7, 5, 9, 6, 0, 12, 9, 14, 4)$
- $(0, 7, 4, 5, 1, 7, 5, 9, 6, 11, 12, 9, 14, 4)$
- $(5, 7, 4, 5, 7, 9, 6, 9, 12, 12, 12, 0, 14, 4)$

21.

Pentru reprezentarea unui arbore cu 8 noduri, numerotate cu numere de la 1 la 8, se utilizează vectorul de tați $TATA = (3, 4, 7, 7, 4, 7, 0, 5)$. Care sunt frunzele arborelui?

- 1, 2, 3, 8
- 3, 4, 5, 7
- 1, 2, 6, 8
- 1, 2, 3, 4

22.

Un arbore cu rădăcină are nodurile numerotate de la 1 la 5. Care dintre următorii vectori poate fi vector de tați?

- 4 4 1 0 1
- 4 4 1 2 1
- 2 3 0 4 3
- 1 2 0 3 4

23.

Se consideră arborele cu rădăcină având 9 noduri numerotate de la 1 la 9, dat prin vectorul de tați $t = (5, 5, 2, 2, 0, 5, 9, 9, 5)$. Câte lanțuri distincte de lungime 3 care au ca extremități noduri terminale (frunze) există? Lanțul de lungime 3 $(6, 5, 9, 7)$ se consideră identic cu lanțul $(7, 9, 5, 6)$.

- 8
- 2
- 5
- 4

24.

Fie un arbore precizat prin vectorul de tați $T = (0, 1, 2, 5, 2, 8, 8, 2)$. Care este numărul maxim de descendenți direcți ai unui nod din arbore?

- 3
- 0
- 2
- 1

25.

Se consideră arborele cu rădăcină dat prin vectorul de tați $t = (5, 7, 5, 7, 7, 9, 0, 9, 4, 3, 5, 11, 4, 4, 4)$. Câte lanțuri de lungime 2, care pornesc din rădăcină există?

- 7
- 11
- 4
- 14

26.

Un arbore are nodurile numerotate cu numere distincte de la 1 la 5. Vectorul de tați asociat arborelui poate fi:

- 2, 1, 0, 3, 4
- 2, 4, 0, 3, 4
- 5, 4, 2, 1, 3
- 5, 2, 4, 5, 0

27. Se consideră un arbore cu rădăcină reprezentat în memorie cu ajutorul vectorului de tați: $tata = (2, 3, 0, 3, 3, 2, 6, 6, 4, 9)$. Stabiliți care dintre nodurile arborelui sunt extremitățile finale ale unor lanțuri elementare de lungime 3 care au ca extremitate inițială rădăcina arborelui.
- a. 7 8 10 b. 1 6 9 c. 4 5 6 d. 2 4 5
28. Care dintre următorii vectori "de tați" corespunde reprezentării unui arbore în care nodurile numerotate cu 6, 4 și 9 sunt descendenți direcți ai nodului 3?
- a. $tata = (3, 3, 4, 0, 2, 3, 4, 4, 4)$ b. $tata = (9, 9, 4, 9, 9, 9, 9, 9, 0)$
c. $tata = (3, 3, 1, 3, 2, 3, 4, 4, 3)$ d. $tata = (3, 0, 2, 3, 2, 3, 4, 4, 3)$
29. Prin înălțimea unui arbore cu rădăcină înțelegem numărul de muchii ale celui mai lung lanț elementar care are una dintre extremități în rădăcina arborelui. Dacă arborele T este dat prin următorul vector de tați: $4, 5, 1, 0, 4, 5, 6, 1, 4$, atunci care este înălțimea sa?
- a. 1 b. 2 c. 3 d. 4
30. Un arbore cu rădăcină are nodurile numerotate de la 1 la 5. Care dintre următorii vectori nu poate fi vector de tați?
- a. 2 0 1 1 2 b. 4 1 1 0 2 c. 3 4 0 2 3 d. 3 1 0 1 2
31. Un arbore cu rădăcină este reprezentat prin vectorul de tați $t = (8, 8, 0, 3, 4, 3, 4, 7)$. Numărul total de descendenți ai nodului 4 este egal cu:
- a. 7 b. 2 c. 5 d. 3
32. Un arbore cu rădăcină având 9 noduri, numerotate de la 1 la 9, este memorat cu ajutorul vectorului de tați $t = (2, 5, 5, 3, 0, 2, 4, 6, 6)$. Ascendenții nodului 6 sunt:
- a. nodurile 1 și 4 b. doar nodul 2 c. nodurile 8 și 9 d. nodurile 2 și 5
33. Se consideră vectorul de tați al unui arbore oarecare $t = (0, 3, 1, 3, 1, 5)$, în care nodurile sunt numerotate de la 1 la 6. Alegeți afirmația corectă:
- a. nodurile 2, 4, 6 sunt frați b. nodul 5 are gradul 1
c. nodul 3 este tatăl nodului 1 d. nodurile 2, 4 și 6 sunt frunze
34. Se consideră vectorul de tați al unui arbore oarecare $t = (0, 3, 1, 3, 1)$. În care nodurile sunt numerotate cu 1, 2, 3, 4, 5. Alegeți afirmația incorectă:
- a. nodurile 3 și 5 sunt frați b. nodul 1 este rădăcină
c. nodul 3 este fiul nodului 2 d. nodurile 2, 4, 5 sunt frunze
35. Numărul de noduri care au gradul 1 la un arbore cu n noduri este:
- a. mai mare sau cel puțin egal cu 2 b. exact $n-1$
c. exact 1 d. 0 sau 1
36. Într-un arbore cu 50 noduri, numărul maxim de fii pe care poate să îi aibă un nod al său este:
- a. 1 b. 49 c. 2 d. 0

37. Câte cicluri elementare care diferă prin cel puțin o muchie se formează prin adăugarea unei singure muchii la un arbore (ciclul este elementar dacă este format numai din noduri distincte, excepție făcând primul și ultimul)?
- a. 2 b. 0 c. 1 d. 3
38. Fie $G=(V,E)$ un arbore în care $V=\{1,2,\dots,n\}$. Știind că și $G'=(V \cup \{n+1\},E')$ este deasemenea un arbore, stabiliți care dintre următoarele propoziții este adevărată (notația $|M|$ reprezintă numărul elementelor unei mulțimi M):
- a. $|E'|=|E|$ b. $|E'|=|E|+1$ c. $|E'|=|E|-1$ d. $|E'|=|E|+2$
39. Se consideră graful neorientat cu mulțimea nodurilor $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ și mulțimea muchiilor $\{[1,2], [2,3], [2,4], [4,7], [2,6], [1,5], [5,6], [6,8], [7,8]\}$. Pentru a transforma graful într-un arbore, putem elimina:
- a. muchiile $[1,5]$ și $[1,2]$ b. muchia $[5,6]$
c. nodul 3 d. muchiile $[2,6]$ și $[4,7]$
40. Se consideră arborele cu 8 noduri și muchiile $[1,5], [2,3], [3,6], [3,8], [4,6], [5,7], [6,7]$. Care dintre nodurile arborelui ar putea fi alese ca rădăcină pentru ca arborele să aibă număr maxim de niveluri:
- a. 1,2,8 b. 3,4,7 c. 6 d. 5
41. Se consideră arborele cu 8 noduri numerotate de la 1 la 8, dat prin lista de muchii: $(1,2), (1,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,8), (4,7)$. Care dintre nodurile următoare poate fi rădăcină a acestui arbore astfel încât înălțimea lui să fie maximă (înălțimea arborelui este egală cu numărul de muchii ale celui mai lung lanț ce unește rădăcina de fiecare frunză).
- a. 1 b. 2 c. 4 d. 3
42. Într-un arbore cu rădăcină nivelul unui nod este egal cu lungimea lanțului format din noduri distincte care unește rădăcina cu acel nod. Rădăcina se află pe nivelul 0. Dacă toate frunzele se află pe nivelul 3 și oricare nod neterminal aflat pe un nivel k are exact $k+1$ descendenți direcți (fii), care este numărul de noduri din acest arbore?
- a. 8 b. 9 c. 10 d. 6
43. Fie graful neorientat dat prin matricea de adiacență alăturată. Numărul de muchii ce trebuie eliminate pentru ca graful să devină arbore este:
- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
- a. 2
b. nu se poate obține arbore prin eliminări de muchii
c. 0
d. 1
44. Dacă G este un graf neorientat cu proprietatea că între orice două vârfuri ale sale există un unic lanț elementar, atunci G este:
- a. graf eulerian
b. arbore
c. graf hamiltonian
d. un graf cu toate gradele numere impare

45.

Care dintre următoarele matrice este matricea de adiacență a unui arbore cu 4 noduri?

- a. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

46.

Care dintre următoarele matrice este matricea de adiacență a unui un graf care are proprietatea că este arbore?

- a. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

47.

Se consideră matricea de adiacență alăturată asociată unui graf neorientat cu 7 noduri. Stabiliți prin care dintre metodele următoare, graful dat poate deveni arbore.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- a. eliminând două muchii și adăugând o muchie b. eliminând o muchie și adăugând o muchie
c. eliminând două muchii d. adăugând o muchie

48.

Matricea de adiacență asociată unui arbore cu p noduri conține:

- a. $p^2 - 2p + 2$ elemente nule b. p elemente nule
c. $p^2 - p$ elemente nule d. $p - 1$ elemente nule

49.

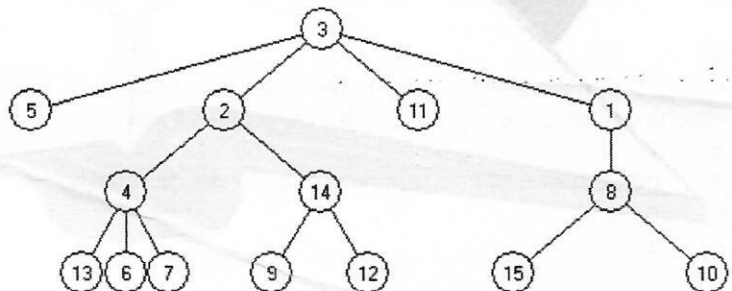
Într-un arbore binar (un arbore binar este un arbore în care fiecare nod are cel mult doi descendenți direcți), un lanț care unește rădăcina cu oricare din nodurile frunză, conține cel mult $n - 1$ muchii. Care este numărul maxim de noduri dintr-un astfel de arbore?

- a. $2^n - 1$ b. n c. $2n$ d. 2^{n-1}

50.

Câte lanțuri elementare de lungime maximă ce leagă două noduri ale arborelui din figura alăturată există?

- a. 8 b. 6
c. 10 d. 4



Pentru fiecare din enunțurile următoare, scrieți răspunsul corespunzător.

1.

Se consideră un arbore cu 11 muchii. Care este numărul de noduri ale arborelui?

2.

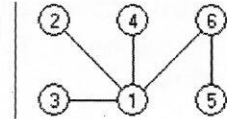
Se consideră un graf neorientat cu 80 de noduri și 3160 muchii. Care este numărul de muchii ce pot fi eliminate astfel încât graful parțial obținut să fie arbore?

3.

Care este gradul maxim posibil și care este gradul minim posibil pentru un nod dintr-un arbore cu n noduri ($n > 1$)?

4.

Care sunt nodurile de tip frunză din arborele alăturat dacă se alege ca rădăcină nodul 6?



5.

Dacă T este un arbore cu rădăcină, cu 100 de noduri, care este numărul minim de frunze pe care le poate avea T ?

6.

Scrieți matricea de adiacență a arborelui cu rădăcină, cu 6 noduri, numerotate de la 1 la 6, definit prin următorul vector "de tați": (0, 1, 1, 1, 3, 3).

7.

Se consideră un arbore cu 6 noduri, numerotate de la 1 la 6, reprezentat prin matricea de adiacență dată alăturat. Scrieți toate nodurile care pot fi alese ca rădăcină a arborelui astfel încât acesta să aibă un număr maxim de frunze.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

8.

Se consideră un arbore cu 6 noduri, numerotate de la 1 la 6, reprezentat prin matricea de adiacență dată alăturat. Scrieți toate nodurile care pot fi alese ca rădăcină a arborelui astfel încât acesta să aibă un număr minim de frunze.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

9.

Se consideră un arbore cu 6 noduri, numerotate de la 1 la 6, reprezentat prin matricea de adiacență dată alăturat. Scrieți toate nodurile care pot fi alese ca rădăcină a arborelui astfel încât acesta să aibă un număr par de frunze.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

10.

Determinați ultima valoare (notată cu „?”) din vectorului „de tați” (0, 1, 1, 2, 3, 3, ?) astfel încât arborele cu rădăcină, cu 7 noduri, numerotate de la 1 la 7, descris de acest vector, să aibă pe fiecare nivel n exact 2^n noduri, nodul rădăcină fiind pe nivelul $n=0$, și fiecare nod să aibă cel mult doi descendenți. Scrieți matricea de adiacență a unui arbore astfel definit.

11.

Câte frunze are arborele cu rădăcină descris prin următorul vector "de tați": $(6, 5, 5, 2, 0, 3, 3, 3, 8, 7, 7)$?

12.

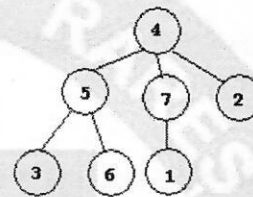
Câte frunze are arborele cu rădăcină, cu 8 noduri, numerotate de la 1 la 8, descris prin următorul vector "de tați": $(6, 5, 5, 2, 0, 3, 3, 3)$?

13.

Pentru arborele cu rădăcină, cu 9 noduri, numerotate de la 1 la 9, având următorul vector de "tați" $tata = (8, 7, 6, 6, 7, 7, 8, 0, 8)$, care este rădăcina arborelui și care sunt descendenții nodului 7?

14.

Care este vectorul "de tați" pentru arborele cu rădăcină din figura alăturată?



15.

Care sunt etichetele nodurilor de tip frunză ale arborelui cu rădăcină, având 7 noduri, numerotate de la 1 la 7, și următorul vector "de tați": $(5, 1, 5, 1, 0, 7, 5)$?

16.

Câți frați are nodul 1 din arborele cu rădăcină, cu 7 noduri, numerotate de la 1 la 7, având următorul vector "de tați": $(5, 1, 5, 1, 0, 7, 5)$?

17.

Care sunt nodurile care au exact 2 descendenți pentru un arbore cu rădăcină, cu 7 noduri, numerotate de la 1 la 7, dat de vectorul de "tați": $(3, 3, 0, 1, 2, 2, 4)$?

18.

Care este numărul nodurilor de tip frunză din arborele cu rădăcină, cu 8 noduri, numerotate de la 1 la 8, reprezentat prin vectorul "de tați" $(2, 0, 6, 2, 4, 4, 5, 5)$?

19.

Pentru reprezentarea unui arbore cu rădăcină, cu 10 noduri, etichetate cu numerele naturale de la 1 la 10, se utilizează vectorul de "tați": $TATA = (4, 8, 8, 0, 10, 4, 8, 6, 2, 6)$. Care sunt frunzele arborelui?

20.

Pentru reprezentarea unui arbore cu rădăcină, cu 9 noduri, etichetate cu numerele naturale de la 1 la 9, se utilizează vectorul de "tați": $T = (5, 0, 2, 7, 3, 3, 2, 4, 7)$. Din câte muchii este format un lanț elementar de lungime maximă, în arborele dat?

21.

Pentru reprezentarea unui arbore cu rădăcină, cu 9 noduri, etichetate cu numerele naturale de la 1 la 9, se utilizează vectorul de "tați": $T = (7, 0, 2, 7, 6, 2, 3, 6, 5)$. Care sunt nodurile arborelui ce au exact 2 descendenți direcți (fii)?

22.

Pentru reprezentarea unui arbore cu rădăcină, cu 9 noduri, etichetate cu numerele naturale de la 1 la 9, se utilizează vectorul de „tați”: $T = (2, 0, 1, 7, 3, 1, 2, 4, 1)$. Care sunt descendenții direcți ai rădăcinii și câte frunze are arborele dat?

23.

Care sunt nodurile de tip frunză ale arborelui cu rădăcină cu 9 noduri, numerotate de la 1 la 9, al cărui vector „de tați” este $(6, 6, 8, 8, 7, 7, 0, 7, 7)$?

24.

Fie T un arbore cu rădăcină. Arborele are 8 noduri numerotate de la 1 la 8 și este descris prin următorul vector „de tați”: $(4, 1, 6, 0, 1, 1, 4, 7)$. Care sunt frunzele arborelui?

25.

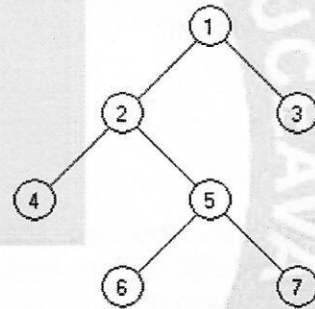
Un arbore cu rădăcină având 9 noduri, numerotate de la 1 la 9, este memorat cu ajutorul vectorului de „tați” $t = (2, 5, 5, 3, 0, 2, 4, 1, 1)$. Scrieți toți ascendenții nodului 4.

26.

Un arbore cu rădăcină având 8 noduri, numerotate de la 1 la 8, este memorat cu ajutorul vectorului de „tați” $t = (8, 8, 0, 3, 4, 3, 4, 6)$. Care sunt descendenții nodului 4?

27.

Care este vectorul de „tați” asociat arborelui cu rădăcină din figura alăturată în care nodul 5 este nodul rădăcină?



28.

Care este vectorul de „tați” pentru arborele cu 8 noduri, numerotate de la 1 la 8, și muchiile $\{[1, 5], [2, 3], [3, 6], [3, 8], [4, 6], [5, 7], [6, 7]\}$, dacă se alege ca rădăcină nodul numerotat cu 6?

29.

Se consideră arborele cu 13 noduri, numerotate de la 1 la 13, și mulțimea muchiilor $\{[1, 4], [2, 5], [3, 8], [4, 7], [4, 9], [4, 11], [6, 3], [6, 10], [6, 12], [5, 6], [13, 2], [2, 9]\}$. Dacă se alege nodul numerotat cu 2 drept rădăcină, care este vectorul de „tați” pentru acest arbore?

30.

Fie T un arbore cu rădăcină. Arborele are 8 noduri numerotate de la 1 la 8 și este descris prin următorul vector „de tați”: $(4, 5, 0, 3, 4, 5, 4, 5)$. Care sunt frunzele arborelui?

31.

Se consideră un arborele cu rădăcină, cu 11 vârfuri numerotate de la 1 la 11, descris prin următorul vector de „tați”: $(6, 5, 5, 2, 0, 3, 3, 3, 8, 7, 7)$. Care sunt descendenții direcți ai rădăcinii și câte frunze are arborele dat?

32.

Scrieți vectorul de "tați" corespunzător arborelui cu rădăcină, cu 8 noduri, numerotate de la 1 la 8, dat prin lista alăturată a descendenților direcți (fiilor)?

- 1: 4, 6, 7
- 2: -
- 3: 1, 8
- 4: -
- 5: -
- 6: 2
- 7: -
- 8: 5

33.

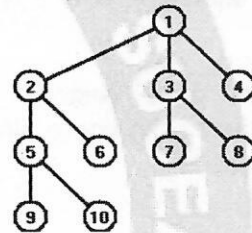
Pentru reprezentarea unui arbore cu rădăcină, cu 10 noduri, etichetate cu numerele naturale de la 1 la 10, se utilizează vectorul de "tați": $TATA = (4, 8, 8, 0, 10, 4, 8, 6, 2, 6)$. Care este rădăcina arborelui și câte frunze are acesta?

34.

Câte muchii trebuie eliminate dintr-un graf neorientat complet cu 20 de noduri, pentru ca graful parțial obținut să fie arbore?

35.

Care dintre nodurile arborelui din figura alăturată pot fi considerate ca fiind rădăcină astfel încât în arborele cu rădăcină rezultat fiecare nod să aibă cel mult doi descendenți direcți?



36.

Se consideră un arbore cu rădăcină, cu 100 noduri, numerotate de la 1 la 100. Dacă nodul 13 are exact 14 frați și nodul 100 este tatăl nodului 13, care este numărul total de descendenți direcți (fii) ai nodului 100?

37.

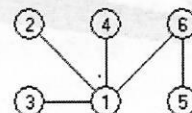
Se consideră un arbore cu rădăcină, cu 9 noduri, numerotate de la 1 la 9, și cu vectorul "de tați" următor: $(8, 8, 8, 2, 6, 2, 9, 0, 2)$.

- a) Enumerați descendenții nodului 2.
- b) Câte noduri de tip frunză are acest arbore?

38.

Se consideră arborele din figura alăturată.

- a) Care este nodul ce trebuie ales ca rădăcină astfel încât aceasta să aibă 4 descendenți direcți (fii)?
- b) Care sunt cei patru fii ai nodului ales ca rădăcină în acest caz?



39.

Un arbore cu rădăcină, cu 9 noduri, numerotate de la 1 la 9, este memorat cu ajutorul vectorului „de tați” $t = (9, 3, 4, 7, 3, 9, 0, 7, 2)$. Care este numărul minim de noduri ce trebuie eliminate pentru ca lungimea celui mai lung lanț elementar, cu o extremitate în rădăcină, să fie 3 și subgraful obținut să fie tot arbore?

40.

Prin înălțimea unui arbore cu rădăcină înțelegem numărul de muchii ale celui mai lung lanț format din noduri distincte care are una dintre extremități în rădăcina arborelui. Scrieți care este înălțimea și care sunt frunzele arborelui descris prin următorul vector "de tați": $(6, 6, 5, 0, 6, 4, 4, 7)$.

41.

Într-un arbore cu exact 8 noduri rădăcina, reprezentată de nodul 1, se află pe nivelul 1 și fiecare nod al arborelui are cel mult 2 descendenți direcți. Care este înălțimea minimă posibilă pentru un astfel de arbore? (Înălțimea unui arbore=numărul maxim de muchii de la rădăcină la un vârf terminal)

42.

Se consideră un arbore cu rădăcină în care doar 13 dintre nodurile arborelui au exact 2 descendenți direcți (fii), restul nodurilor având cel mult un descendent direct (fiu). Care este numărul frunzelor arborelui?

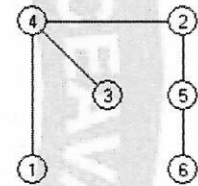
43.

Un arbore binar este un arbore cu rădăcină în care fiecare nod are cel mult 2 descendenți direcți (fii). Înălțimea unui arbore este reprezentată de numărul maxim de muchii ale unui lanț elementar ce unește rădăcina cu un vârf terminal (frunză).

Pentru un arbore binar cu exact 8 noduri, care este înălțimea minimă posibilă și care poate fi numărul maxim de noduri terminale (frunze) ale arborelui în acest caz?

44.

Într-un arbore cu rădăcină, nivelul unui nod este egal cu lungimea lanțului format din noduri distincte care unește rădăcina cu acel nod. Care dintre noduri trebuie ales ca rădăcină în arborele din figura alăturată astfel încât pe fiecare nivel să se găsească un număr impar de noduri?



45.

Un graf neorientat cu 5 noduri, numerotate de la 1 la 5, conține următoarele muchii: $[1, 2]$, $[1, 3]$, $[2, 3]$, $[2, 5]$, $[3, 4]$, $[3, 5]$, $[4, 5]$. Eliminați din acest graf numărul necesar de muchii astfel încât graful parțial rezultat să fie arbore. Considerând că acest arbore are ca rădăcină vârful 5, care este vectorul cu legături „de tip tată” corespunzător?

46.

Se consideră arborele cu 6 noduri, numerotate de la 1 la 6, cu muchiile $[2, 1]$, $[2, 4]$, $[4, 5]$, $[6, 2]$, $[6, 3]$. Scrieți toate nodurile desemnate ca rădăcină astfel încât fiecare arbore cu rădăcină obținut să aibă exact 3 frunze.

47.

Un arbore are 10 noduri. Care este numărul maxim de cicluri elementare distincte care se pot forma dacă în arbore adăugăm două muchii distincte?

48.

Un graf neorientat este graf complet dacă și numai dacă oricare două noduri sunt adiacente. Care este numărul de muchii care trebuie eliminate dintr-un graf neorientat complet cu 8 noduri, astfel încât graful parțial obținut să fie arbore?

49.

Câte muchii trebuie să eliminăm dintr-un graf neorientat conex cu 12 vârfuri și 21 de muchii astfel încât acesta să devină arbore?

50.

Scrieți vectorul "de tați" al unui arbore cu rădăcină, știind că:

- nodurile arborelui sunt numerotate cu numerele naturale distincte $1, 2, 3, \dots$;
- numărul nodurilor este 4 sau 6;
- nodul 1 este desemnat ca rădăcină;
- numărul nodurilor de tip frunză este egal cu jumătate din numărul total de noduri din arbore;
- numărul de nivele pe care sunt dispuse nodurile arborelui este egal cu numărul nodurilor de tip frunză.

