

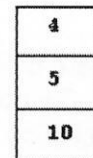
**FIȘA 13. Structuri de date alocate static – stiva și coada**

**A. Stiva**

Pentru fiecare din itemii următori, alegeți litera corespunzătoare răspunsului corect.

1.

Într-o stivă au fost introduse, în această ordine, valorile 10, 5, 4, ca în figura alăturată. Dacă se notează cu **PUSH(x)** operația prin care se adaugă valoarea **x** în vârful stivei, și cu **POP** operația prin care se extrage elementul din vârful stivei, care este conținutul stivei după executarea următoarelor operații?



POP; PUSH(7); POP; POP; PUSH(9);

a.



b.



c.



d.



2.

Stiva este o structură de date care poate fi descrisă astfel:

- a. oricare element poate fi extras      b. ultimul element introdus în stivă este ultimul care poate fi extras  
 c. primul element introdus în stivă este primul care poate fi extras      d. primul element introdus în stivă este ultimul care poate fi extras

3.

Într-o stivă ce memorează numere întregi se introduc, în ordine, următoarele numere: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Câte numere trebuie să eliminăm din stivă astfel ca în vârful stivei să se găsească numărul 5?

- a. 5      b. 2      c. 3      d. 4

4.

Într-o stivă inițial vidă au fost executate următoarele operații:

push 3; push 7; pop; push 5; push 1;

unde **push a** reprezintă operația prin care valoarea **a** se adaugă în stivă, iar **pop** reprezintă operația prin care se extrage un element din stivă.

Care este elementul situat în vârful stivei?

- a. 1      b. 5      c. 7      d. 3

5.

Într-o stivă inițial vidă au fost executate următoarele operații:

push 1; pop; push 2; pop; push 3; push ; pop; push 5;

unde **push x** reprezintă operația prin care **x** se introduce în stivă, iar **pop** reprezintă operația prin care se extrage un element din stivă.

Câte elemente conține stiva după efectuarea operațiilor de mai sus?

- a. 3      b. 8      c. 4      d. 2

6.

Într-o stivă inițial vidă au fost executate următoarele operații:

push 1; pop; push 2; push 4; pop; push 5;

unde **push x** reprezintă operația ce introduce valoarea **x** în stivă, iar **pop** reprezintă operația prin care se extrage un element din stivă.

Care este suma valorilor conținute de stivă după efectuarea operațiilor de mai sus?

- a. 9      b. 7      c. 5      d. 6

7.

Se consideră o stivă în care au fost introduse, în această ordine, numerele 1, 2 și 3. Care dintre valorile din stivă va fi eliminată prima?

- a. 1                                      b. 2                                      c. 3                                      d. oricare dintre ele

Pentru fiecare din enunțurile următoare, scrieți răspunsul corespunzător.

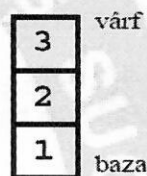
1.

Se consideră o stivă în care inițial au fost introduse, în această ordine, elementele cu valorile 1, 2 și 3. Se notează cu  $AD(x)$  operația prin care se adaugă elementul cu valoarea  $x$  în vârful stivei și cu  $EL$  operația prin care se elimină elementul din vârful stivei. Asupra acestei stive se execută următoarea secvență de operații:  $AD(4); EL; AD(5); EL; AD(6); EL; EL$ .

- a) Care este valoarea elementului din vârful stivei în urma executării acestei secvențe de operații?  
 b) Care este suma valorilor elementelor aflate în stivă în urma executării acestei secvențe de operații?

2.

Se consideră o stivă în care inițial au fost introduse, în această ordine, elementele cu valorile 1, 2 și 3, ca în figura alăturată. Se notează cu  $AD(x)$  operația prin care se adaugă elementul cu valoarea  $x$  în vârful stivei și cu  $EL$  operația prin care se elimină elementul din vârful stivei. Reprezentați, după modelul alăturat, conținutul stivei rezultat în urma executării secvenței de operații:  $AD(4); EL; EL; AD(5); EL$ ?



3.

Într-o stivă au fost introduse în această ordine, numerele 5, 7, 3, 8. Precizați numărul minim de elemente care trebuie extrase din stivă pentru a fi siguri că s-a extras inclusiv elementul cu valoarea 3 și care este elementul aflat în vârful stivei după extragerea acestui element?

4.

Într-o stivă au fost introduse, în această ordine, numerele 5, 7, 3, 8. Scrieți care este numărul minim de elemente care trebuie extrase din stivă pentru a fi siguri că s-a extras inclusiv elementul cu valoarea 7 și care este numărul de elemente rămase în stivă după extragerea acestui element.

5.

Care va fi valoarea elementului aflat în vârful unei stive inițial vidă și care este numărul de elemente rămase în stivă, după efectuarea, în această ordine, a următoarelor operații:

se introduce valoarea 3; se introduce valoarea 7; se introduce valoarea 5; se extrage un element; se introduce valoarea 2; se introduce valoarea 4; se extrage un element.

6.

Stiva  $s$  și coada  $c$  memorează numere întregi. În ambele se introduc, în ordine, numerele 1, 2, 3, 4. Se notează cu  $s \rightarrow c$  operația de extragere a unui element din stiva  $s$  și adăugarea acestuia în coada  $c$ , iar cu  $c \rightarrow s$  operația de eliminare a unui element din coada  $c$  și introducerea acestuia în stiva  $s$ . După executarea următoarei secvențe de operații:  $c \rightarrow s$ ;  $c \rightarrow s$ ;  $s \rightarrow c$ ;  $c \rightarrow s$ ;  $c \rightarrow s$ ;

- care este ultima valoare introdusă în stiva  $s$ ?
- care este ultima valoare care a fost adăugată în coada  $c$ ?

7.

Într-o stivă care memorează numere, o valoare  $x$  poate fi adăugată numai dacă în vârful stivei se află un element cu o valoare strict mai mare decât  $x$ ; în caz contrar sunt eliminate toate elementele care nu îndeplinesc această condiție și apoi se adaugă valoarea  $x$ .

**Exemplu:** pentru stiva din fig.1, adăugarea elementului 11 este precedată de eliminarea elementelor ce conțin valorile 2 și 10. După adăugare, stiva va avea conținutul din fig.2.

2
10
18
20
22
40

11
18
20
22
40

Dacă stiva este inițial vidă, care este numărul elementelor aflate în această stivă după adăugarea, respectând condițiile de mai sus, în ordine, a numerelor 20, 5, 16, 9, 3, 7, 5, 4, 8 ?

8.

Se consideră o stivă în care inițial au fost introduse, în această ordine, elementele 1, 2, 3, 4, 5, 6 (ca în imaginea alăturată).

Dacă se notează cu **PUSH**  $x$  operația prin care se adaugă un element cu informația  $x$  în stivă și cu **POP** operația prin care se elimină un element din stivă, care este elementul aflat în mijlocul stivei și care este suma elementelor aflate în stivă după executarea secvenței de operații: **POP**; **PUSH** 7; **PUSH** 8; **POP**; **POP**; ?

6
5
4
3
2
1

9.

Se consideră o stivă în care inițial au fost introduse, în această ordine, elementele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 (ca în imaginea alăturată).

Dacă se notează cu **AD** ( $x$ ) operația prin care se adaugă un element cu informația  $x$  în stivă și cu **EL** () operația prin care se elimină un element din stivă, care este elementul aflat în vârful stivei după executarea secvenței de operații: **EL** (); **EL** (); **AD** (11); **AD** (12); **EL** (); **EL** (); ?

10
9
8
7
6
5
4
3
2
1

10.

Într-o structură statică de date de tip stivă au fost introduse, în această ordine, numerele întregi, 11, 6, 2, 28, 67, ca în desenul alăturat.

Reprezentați conținutul stivei prin câte un desen similar cu cel alăturat, după fiecare dintre următoarele operații, realizate în exact această ordine:

- extragerea a 3 elemente din stivă
- adăugarea valorii 100, apoi a valorii 200.

varf	67
	28
	2
	6
	11

11.

Notăm cu  $\text{Push}(x)$  operația prin care se introduce într-o stivă valoarea  $x$ , iar cu  $\text{Pop}$  operația prin care se extrage un element din stivă.

a) Câte elemente are stiva, inițial vidă, după executarea secvenței următoare de instrucțiuni?  
 $\text{Push}(8)$ ;  $\text{Push}(2)$ ;  $\text{Push}(4)$ ;  $\text{Pop}$ ;  $\text{Push}(3)$ ;  $\text{Pop}$ ;  $\text{Pop}$ ;

b) Care este suma acestor elemente rămase în stivă?

12.

Se consideră o stivă în care inițial au fost introduse, în această ordine, valorile 1, 2, 3 ca în desenul alăturat. Operația prin care se adaugă elementul  $a$  în stivă s-a notat cu  $\text{Push } a$  iar operația prin care se extrage un element din stivă s-a notat cu  $\text{Pop}$ . Reprezentați, după modelul din figura alăturată, conținutul stivei după fiecare dintre operațiile care urmează:  $\text{Push } 4$ ,  $\text{Pop}$ ,  $\text{Pop}$ ,  $\text{Push } 5$ .

3
2
1

13.

Se consideră o stivă  $S_1$ , inițial vidă, în care s-au introdus în ordine valorile  $a, b, c, d, e, f, g, h$  și o altă stivă  $S_2$ , inițial vidă. Care va fi elementul din vârful stivei  $S_1$  și care va fi elementul din vârful stivei  $S_2$  dacă se extrag jumătate din elementele din stiva  $S_1$  și se adaugă în ordinea extragerii în stiva  $S_2$ ?

14.

Se consideră o stivă, inițial vidă, în care s-au introdus în ordine valorile  $x, z, y$  și o coadă, inițial vidă, în care au fost introduse, în ordine, valorile  $a, b, c, d, e, f$ . Care va fi elementul din vârful stivei dacă se extrag toate elementele din coadă și se adaugă în ordinea extragerii în stivă?

15.

Se consideră o stivă  $S_1$ , inițial vidă, în care s-au introdus în ordine valorile  $a, b, c, d, e, f$  și o altă stivă  $S_2$ , inițial vidă, în care au fost introduse, în ordine, valorile  $g, h$ . Care va fi elementul din vârful stivei  $S_1$  și care va fi elementul din vârful stivei  $S_2$  dacă se extrag jumătate din elementele din stiva  $S_1$  și se adaugă în ordinea extragerii în stiva  $S_2$ ?

16.

Se consideră o stivă inițial vidă în care se introduc, în această ordine, numerele 1, 2, 3, 4, 5, apoi se fac două extrageri, se introduc, în această ordine, numerele 6, 7 și 8 și apoi se mai fac 4 extrageri.

a) Ce număr se va afla în vârful stivei după finalizarea acestor operații?

b) Care este suma elementelor aflate în stivă după efectuarea acestor operații?

17.

Se consideră o stivă  $S_1$ , inițial vidă, în care s-au introdus în ordine valorile  $a, b, c, d$  și o altă stivă  $S_2$ , inițial vidă, în care au fost introduse, în ordine, valorile  $e, f, g, h$ . Care va fi valoarea elementului din vârful stivei  $S_1$  și care va fi valoarea elementului din vârful stivei  $S_2$  dacă se extrag jumătate dintre elementele din stiva  $S_2$  și se adaugă, în ordinea extragerii, în stiva  $S_1$ ?

18.

Într-o stivă ale cărei elemente rețin informații numere întregi, au fost introduse, în această ordine, numerele 1, 2, 3, 4. Asupra stivei se efectuează, în această ordine, următoarele operații: se elimină un element, se adaugă două elemente cu valorile 5 și respectiv 6 și apoi se elimină 3 elemente.

- Care este valoarea memorată în elementul din vârful stivei după efectuarea acestor operații?
- Care este suma elementelor aflate în stivă după efectuarea acestor operații?

19.

Într-o stivă ale cărei elemente rețin informații numere întregi, au fost introduse, în această ordine, numerele 5, 4, 3, 2, 1. Asupra stivei se efectuează următoarele operații: se elimină 2 elemente, se adaugă un element cu valoarea 6 și apoi se elimină 3 elemente.

- Care este valoarea memorată în elementul din vârful stivei după efectuarea operațiilor în ordinea precizată?
- Care este suma valorilor aflate în stivă după efectuarea acestor operații?

20.

Se consideră o stivă în care inițial au fost introduse, în această ordine, valorile 1, 2, 3, 4. Se notează cu  $PUSH(x)$  operația prin care se adaugă valoarea  $x$  în stivă, și  $POP$  operația prin care se extrage un element din stivă. Presupunem că se execută următoarele operații asupra stivei considerate:  $POP$ ;  $POP$ ;  $PUSH(4)$ ;  $PUSH(3)$ ;  $PUSH(5)$ ;  $POP$ ;

În urma executării lor

- care este elementul din vârful stivei?
- care este suma elementelor aflate în stivă?

21.

Se consideră o stivă, în care au fost introduse inițial, în această ordine, primele trei numere impare 1, 3 și 5. Conținutul stivei este reprezentat în figura alăturată. Notăm cu  $PUSH(x)$  operația prin care se adaugă informația  $x$  în vârful stivei și cu  $POP$  operația prin care se extrage elementul din vârful stivei. Asupra stivei se efectuează, exact în această ordine, următoarele patru operații:  $POP$ ;  $PUSH(4)$ ;  $PUSH(6)$ ;  $POP$ . Reprezentați, după modelul din figura alăturată, conținutul stivei după fiecare operație.

5
3
1

## B. Coadă

Pentru fiecare din itemii următori, alegeți litera corespunzătoare răspunsului corect.

1.

Se consideră o coadă în care inițial au fost introduse, în această ordine, elementele cu valorile 1 și 2: 

1	2
---	---

. Se notează cu  $AD(x)$  operația prin care se adaugă elementul cu valoarea  $x$  în coadă și cu  $EL$  operația prin care se elimină un element din coadă. Câte elemente va conține coada în urma executării secvenței de operații:  $AD(4)$ ;  $EL$ ;  $EL$ ;  $AD(5)$ ;  $EL$ ;  $AD(3)$ ?

- 3
- 1
- 2
- 5



8. Într-o coadă inițial vidă au fost executate următoarele operații:  
`add 1; add 2; out; add 3; add 4;`  
 unde `add x` reprezintă operația prin care `x` se adaugă în coadă, iar `out` reprezintă operația prin care se extrage un element din coadă.  
 Ce valoare are elementul care a fost extras din coadă?
- a. 3                      b. 2                      c. 1                      d. 4
9. Într-o coadă inițial vidă au fost executate următoarele operații:  
`add 1; add 2; out; add 3; add 4; out;`  
 unde `add x` reprezintă operația prin care valoarea `x` se adaugă în coadă, iar `out` reprezintă operația prin care se extrage un element din coadă.  
 Câte elemente conține coada după efectuarea operațiilor de mai sus?
- a. 1                      b. 2                      c. 0                      d. 3

Pentru fiecare din enunțurile următoare, scrieți răspunsul corespunzător.

1. Care vor fi valorile primului și ultimului element extras dintr-o coadă inițial vidă, dacă se efectuează următoarele operații, în această ordine: se introduce valoarea 5; se introduce valoarea 4; se extrage un element; se introduce valoarea 2; se introduce valoarea 7; se extrage un element.
2. Se consideră o coadă în care inițial au fost introduse, în această ordine, elementele 1, 2, 3, 4, 5, 6: 

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

. Dacă se notează cu `AD(x)` operația prin care se adaugă un element cu informația `x` în coadă și cu `EL()` operația prin care se elimină un element din coadă, care este elementul aflat în mijlocul cozii și care este suma elementelor aflate în coadă după executarea secvenței de operații:  
`EL(); AD(7); AD(8); EL(); EL();`
3. Se consideră o coadă în care inițial au fost introduse, în această ordine, elementele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10: 

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

. Dacă se notează cu `AD(x)` operația prin care se adaugă un element cu informația `x` în coadă și cu `EL()` operația prin care se elimină un element din coadă, care este valoarea memorată în primul element al cozii după executarea secvenței de operații: `EL(); EL(); AD(1); AD(2); EL(); EL(); ?`
4. Într-o structură de date de tip coadă au fost adăugate în ordine următoarele valori: 3, 10, 2, 8 și 6. Care este ultima valoare care s-a extras din coadă dacă s-au efectuat, în ordine, următoarele operații: extragerea unui element, adăugarea valorii 100, extragerea a trei elemente.

5.

Într-o coadă ale cărei elemente rețin informații numere întregi, au fost introduse, în această ordine, numerele 6,5,4,3,2,1. Asupra cozii se efectuează, în această ordine, următoarele operații: se elimină două elemente, se adaugă două elemente cu valorile 6 și respectiv 7 și apoi se elimină două elemente. Care sunt ultimele trei valori eliminate?

6.

Se consideră o coadă în care inițial au fost introduse, în această ordine, valorile 1, 2, 3 ca în desenul alăturat. Operația prin care se adaugă valoarea a în coadă s-a notat cu ADD a, iar operația prin care se extrage un element din coadă s-a notat cu EL. Reprezentați coada, ca în modelul alăturat, după fiecare dintre operațiile: ADD 4, EL, ADD 5.

1	2	3
---	---	---

7.

Se consideră o coadă în care inițial au fost introduse, în această ordine, elementele 1, 2 și 3. Se notează cu ADD x operația prin care se adaugă informația x în coadă și cu ELIM operația prin care se elimină un nod din coadă. Completați punctele de suspensie din secvența următoare cu operațiile necesare astfel încât în urma executării secvenței: ADD 4; ELIM; ELIM; ... ADD 6; ... ADD 7; coada să conțină, în această ordine, elementele: 4, 5, 6, 7.

8.

Într-o coadă ale cărei elemente rețin informații numere întregi, au fost introduse, în această ordine, numerele 1,2,3,4,5. Asupra cozii se efectuează, în această ordine, următoarele operații: se elimină un element, se adaugă două elemente cu valorile 6 și respectiv 7 și apoi se elimină 2 elemente, se adaugă elementul cu valoarea 8 și se elimină un element.

- Care este valoarea ultimului element eliminat?
- Care este suma elementelor alfate în coadă după efectuarea acestor operații?

9.

Într-o listă alocată static, de tip coadă, sunt memorate în ordine, următoarele valori: 2, 3, 4:

2	3	4
---	---	---

Reprezentați coada ca în modelul de mai sus, după fiecare dintre următoarele operații, care se realizează în această ordine:

- extragerea a două elemente
- adăugarea valorii 100
- adăugarea valorii 200.

10.

Într-o coadă ale cărei elemente rețin informații numere întregi, au fost introduse, în această ordine, numerele 6,5,4,3,2,1. Asupra cozii se efectuează, în această ordine, următoarele operații: se elimină un element, se adaugă două elemente cu valorile 6 și respectiv 7 și apoi se elimină trei elemente. Care sunt ultimele trei valori eliminate?

11.

Se consideră o coadă, în care au fost introduse inițial, în această ordine, primele trei numere impare 1, 3 și 5. Conținutul cozii este reprezentat în figura alăturată.

1	3	5
---	---	---

Notăm cu **AD X** operația prin care se adaugă informația **X** în coadă și cu **EL** operația prin care se elimină un element din coadă. Asupra cozii se efectuează, exact în această ordine, operațiile **EL**; **AD 4**; **AD 6**. Reprezentați, după modelul din figura alăturată, conținutul cozii după fiecare operație.

12.

Stiva **s** și coada **c** memorează numere întregi. În ambele se introduc, în ordine, numerele 1, 2, 3, 4. Se notează cu **s→c** operația de extragere a unui element din stiva **s** și adăugarea acestuia în coada **c**, iar cu **c→s** operația de eliminare a unui element din coada **c** și introducerea acestuia în stiva **s**.

Care este ultima valoare introdusă în stiva **s** și care este ultima valoare care a fost adăugată în coada **c** la executarea următoarei secvențe de operații :

**s→c**; **c→s**; **c→s**; **s→c**; **c→s**;

13.

Stiva **s** și coada **c** memorează numere întregi. În ambele se introduc, în ordine, numerele 1, 2, 3, 4. Se notează cu **s→c** operația de extragere a unui element din stiva **s** și adăugarea acestuia în coada **c**, iar cu **c→s** operația de eliminare a unui element din coada **c** și introducerea acestuia în stiva **s**. După executarea următoarei secvențe de operații: **c→s**; **c→s**; **s→c**; **c→s**; **c→s**;

a) care este ultima valoare introdusă în stiva **s**?

b) care este ultima valoare care a fost adăugată în coada **c**?

**Pentru fiecare din enunțurile următoare, scrieți programul C++ corespunzător.**

- Se citește de la tastatură două liste de elemente întregi **L1** cu **m** elemente și **L2** cu **n** elemente, fiecare element având cel mult șase cifre (**m**, **n** numere naturale de cel mult două cifre). Să se scrie câte o funcție astfel:
  - citirea elementelor listei;
  - afișarea elementelor listei;
  - construirea listei reuniune pentru listele **L1** și **L2**;
  - construirea listei intersecție pentru listele **L1** și **L2**;
  - construirea listei diferență pentru listele **L1** și **L2**;
  - verificarea incluziunii pentru listele **L1** în lista **L2**;
  - testarea apartenenței unui element dat la lista **L1**.
- Să se scrie un program care gestionează o stivă de cel mult 100 de numere naturale. Să se scrie câte o funcție pentru fiecare din următoarele operații cu stiva:
  - verificarea dacă o stivă este sau nu este vidă;
  - verificarea dacă o stivă este sau nu este plină;
  - inițializare stivă;
  - determinarea elementului din vârful stivei;
  - adăugarea pe stivă a unui element dat;
  - eliminarea unui element de pe stivă.

3. Să se scrie un program care gestionează o coadă de cel mult 100 de numere natural. Să se scrie câte o funcție pentru fiecare din următoarele operații cu coada:
- verificarea dacă o coadă este sau nu este vidă;
  - verificarea dacă o coadă este sau nu este plină;
  - inițializare coadă;
  - determinarea elementului curent din coadă;
  - adăugarea în coadă a unui element dat;
  - eliminarea unui element din coadă.
4. Se citește de la tastatură un număr natural  $n$  de cel mult 9 cifre. Să se afișeze pe ecran numărul dat în baza 2.
5. Se dau  $n$  șiruri de paranteze rotunde, fiecare șir de paranteze se încheie la întâlnirea caracterului *punct*. Fișierul `paranteze.in` conține pe prima linie un număr natural  $n$ , iar pe următoarele  $n$  linii cele  $n$  șiruri de paranteze, fiecare șir având parantezele separate prin câte un spațiu, iar la finalul unui șir se întâlnește caracterul *punct*. Pentru fiecare șir de paranteze să se afișeze pe ecran, separate prin câte un spațiu, 1 sau 0 după cum șirul este corect respective incorect parantezat (parantezele se închid corect).
6. Într-un labirint se află un șoricel și o bucată de cașcaval. Șoricelul dorește să ajungă la cașcaval efectuând un număr minim de pași. La un pas șoricelul se poate deplasa în una dintre pozițiile învecinate (sus, jos, stânga, dreapta), evident dacă acolo este culoar de trecere. Determinați numărul minim de poziții pe care șoricelul trebuie să le parcurgă pentru a ajunge la cașcaval.
- Se consideră o matrice cu  $m$  linii și  $n$  coloane ( $1 < m < 50$ ,  $1 < n < 50$ ), ce memorează valori de 0 și 1, precum și două puncte **A** și **B** din matrice. Scrieți un program care citește de la tastatură  $m$ ,  $n$ , elementele matricei și coordonatele a două puncte din matrice (date prin indicii liniei respectiv coloanei pe care se află) și care afișează pe ecran numărul minim de pași prin care se poate ajunge de la punctul **A** la punctul **B** sau se afișează -1 dacă nu se poate ajunge de la punctul **A** la punctul **B**.