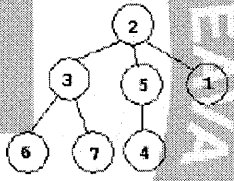


FIȘA 18. Arbori

Pentru fiecare dintre următorii itemi, alegeți litera corespunzătoare răspunsului corect.

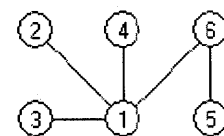
1. Care dintre următoarele matrice este matricea de adiacență a unui arbore cu 4 noduri?
- | | | | | | | | |
|----|--|----|--|----|--|----|--|
| a. | $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | b. | $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ | c. | $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ | d. | $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ |
|----|--|----|--|----|--|----|--|
2. Considerăm un arbore G cu 7 noduri care are matricea de adiacență alăturată. Stabiliți care dintre următorii vectori este un vector de tați al arborelui dat:
- | | | | | | | | |
|----|-------------------------|----|-------------------------|----|-------------------------|----|-------------------------|
| a. | $(0, 1, 1, 1, 3, 5, 5)$ | b. | $(0, 1, 3, 1, 1, 5, 5)$ | c. | $(0, 1, 5, 5, 3, 3, 5)$ | d. | $(0, 1, 1, 1, 5, 3, 3)$ |
|----|-------------------------|----|-------------------------|----|-------------------------|----|-------------------------|
- | |
|---|
| $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ |
|---|
3. Fie arborele $G=(V, E)$ în care mulțimea vârfurilor este $V=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, iar mulțimea muchiilor este $E=\{[1, 3], [1, 4], [2, 1], [2, 5], [3, 7], [4, 8], [4, 9], [5, 6], [9, 10]\}$. Considerând vârful 1 rădăcina arborelui, vectorul de tați corespunzător arborelui G este:
- | | | | |
|----|------------------------------------|----|------------------------------------|
| a. | $T=(0, 1, 1, 3, 1, 5, 3, 4, 9, 4)$ | b. | $T=(0, 1, 1, 1, 3, 5, 3, 4, 4, 4)$ |
| c. | $T=(0, 1, 1, 1, 5, 2, 4, 3, 4, 9)$ | d. | $T=(0, 1, 1, 1, 2, 5, 3, 4, 4, 9)$ |
4. Pentru arborele cu rădăcină din figura alăturată vectorul de "tați" este:
- 
- | | | | | | | | |
|----|---------------|----|---------------|----|---------------|----|---------------|
| a. | 0 5 7 4 0 0 3 | b. | 0 5 7 0 4 3 3 | c. | 2 0 2 5 5 3 3 | d. | 2 0 2 5 2 3 3 |
|----|---------------|----|---------------|----|---------------|----|---------------|
5. Pentru care dintre următorii arbori cu rădăcină, memorați cu ajutorul vectorilor de tați, nodurile 4, 6 și 9 sunt singurii descendenți direcți ai nodului 3?
- | | | | |
|----|-------------------------------------|----|-------------------------------------|
| a. | tata= $(3, 3, 4, 0, 2, 3, 4, 4, 4)$ | b. | tata= $(6, 4, 9, 0, 3, 3, 3, 3, 3)$ |
| c. | tata= $(2, 0, 2, 3, 2, 3, 4, 4, 3)$ | d. | tata= $(0, 3, 1, 3, 2, 3, 4, 4, 3)$ |
6. Într-un arbore binar (un arbore binar este un arbore în care fiecare nod are cel mult doi descendenți direcți), un lanț care unește rădăcina cu oricare din nodurile frunză, conține cel mult $n-1$ muchii. Care este numărul maxim de noduri dintr-un astfel de arbore?
- | | | | | | | | |
|----|-----------|----|-----|----|------|----|-----------|
| a. | $2^n - 1$ | b. | n | c. | $2n$ | d. | 2^{n-1} |
|----|-----------|----|-----|----|------|----|-----------|
7. Se consideră arborele cu rădăcină dat prin vectorul de tați $t=(5, 7, 5, 7, 7, 9, 0, 9, 4, 3, 5, 11, 4, 4, 4)$. Câte lanțuri de lungime 2, care pornesc din rădăcină există?
- | | | | | | | | |
|----|---|----|----|----|---|----|----|
| a. | 7 | b. | 11 | c. | 4 | d. | 14 |
|----|---|----|----|----|---|----|----|
8. Care dintre următorii vectori poate reprezenta vectorul de tați al unui arbore cu rădăcină?
- | | | | |
|----|--|----|--|
| a. | $(5, 7, 1, 1, 0, 7, 7, 12, 1, 12, 4, 7)$ | b. | $(5, 7, 1, 1, 0, 7, 0, 12, 1, 12, 4, 7)$ |
| c. | $(5, 7, 1, 1, 0, 7, 5, 12, 1, 12, 4, 7)$ | d. | $(0, 7, 1, 1, 8, 7, 5, 12, 1, 12, 4, 7)$ |
9. Care dintre vectorii următori reprezintă vectorul de tați al arborelui dat?
- | | | | |
|----|--|----|--|
| a. | $(5, 7, 4, 5, 0, 7, 5, 9, 6, 12, 12, 11, 14, 4)$ | b. | $(5, 7, 4, 0, 4, 7, 5, 9, 6, 0, 12, 9, 14, 4)$ |
| c. | $(0, 7, 4, 5, 1, 7, 5, 9, 6, 11, 12, 9, 14, 4)$ | d. | $(5, 7, 4, 5, 7, 9, 6, 9, 12, 12, 12, 0, 14, 4)$ |

10. Care este gradul maxim posibil al unui nod dintr-un arbore cu n noduri?
- a. $n-1$ b. $n/2$ c. 2 d. n
11. Într-un arbore cu exact 8 noduri rădăcina, reprezentată de nodul 1, se află pe nivelul 1 și fiecare nod al arborelui are cel mult 2 descendenți direcți. Care este înălțimea minimă posibilă pentru un astfel de arbore? (Înălțimea unui arbore= numărul maxim de muchii de la rădăcină la un vârf terminal)
- a. 4 b. 3 c. 2 d. 1
12. Un graf neorientat este graf complet dacă și numai dacă oricare două noduri sunt adiacente. Care este numărul de muchii care trebuie eliminate dintr-un graf neorientat complet cu 8 noduri, astfel încât graful parțial obținut să fie arbore?
- a. 8 b. 21 c. 16 d. 20
13. Care dintre următoarele șiruri de numere reprezintă gradele nodurilor unui arbore cu 5 noduri?
- a. 1, 1, 3, 1, 0 b. 4, 1, 5, 1, 2
c. 4, 3, 2, 1, 1 d. 2, 1, 1, 3, 1
14. Se consideră vectorul de tați al unui arbore oarecare $t=(0,3,1,3,1)$, în care nodurile sunt numerotate cu 1,2,3,4,5. Alegeți afirmația incorectă :
- a. nodurile 3 și 5 sunt frați b. nodul 1 este rădăcină
c. nodul 3 este fiul nodului 2 d. nodurile 2,4,5 sunt frunze
15. Se consideră vectorul de tați al unui arbore oarecare $t=(0,3,1,3,1,5)$, în care nodurile sunt numerotate de la 1 la 6. Alegeți afirmația corectă :
- a. nodurile 2, 4, 6 sunt frați b. nodul 5 are gradul 1
c. nodul 3 este tatăl nodului 1 d. nodurile 2, 4 și 6 sunt frunze

Pentru fiecare dintre următorii itemi, scrieți răspunsul corect.

1. Pentru arborele reprezentat prin vectorul "de tați" $T=(6,6,5,0,6,4,4,7)$, scrieți care este nodul cu cei mai mulți fii și care sunt frunzele arborelui.
2. Câte frunze are arborele cu rădăcină descris prin următorul vector "de tați": $(6,5,5,2,0,3,3,3,8,7,7)$?
3. Câte frunze are arborele cu rădăcină, cu 8 noduri, numerotate de la 1 la 8, descris prin următorul vector "de tați": $(6,5,5,2,0,3,3,3)$?
4. Se consideră un arbore cu rădăcină în care doar 13 dintre nodurile arborelui au exact 2 descendenți direcți (fii), restul nodurilor având cel mult un descendent direct (fiu). Care este numărul frunzelor arborelui?
5. Dacă T este un arbore cu rădăcină cu 100 de noduri, care este numărul minim de frunze pe care le poate avea T ?
6. Câte muchii trebuie eliminate dintr-un graf neorientat complet cu 20 de noduri, pentru ca acesta să devină arbore? Un graf este complet dacă oricare două noduri distincte sunt adiacente.
7. Se consideră graful neorientat cu 80 de noduri și 3160 muchii. Care este numărul de muchii ce pot fi eliminate astfel încât graful parțial obținut să devină arbore?
8. Care este lungimea maximă a unui lanț pentru un arbore cu rădăcină, cu 7 noduri, numerotate de la 1 la 7, dat de vectorul de "tați": $(3,3,0,1,2,2,4)$?

9. Care sunt nodurile de tip frunză din arborele alăturat dacă se alege ca rădăcină nodul 6?



10. Pentru reprezentarea unui arbore cu rădăcină cu 10 noduri, etichetate cu numere naturale de la 1 la 10, se utilizează vectorul de tați: $TATA = (4, 8, 8, 0, 10, 4, 8, 6, 2, 6)$. Care sunt frunzele arborelui?

11. Pentru reprezentarea unui arbore cu rădăcină cu 9 noduri, etichetate cu numere naturale de la 1 la 9, se utilizează vectorul de „tați”: $T = (5, 0, 2, 7, 3, 3, 2, 4, 7)$. Din câte muchii este format un lanț de lungime maximă, format din noduri distincte, în arborele dat?

12. Pentru reprezentarea unui arbore cu rădăcină cu 10 noduri, etichetate cu numere naturale de la 1 la 10, se utilizează vectorul de tați: $TATA = (4, 8, 8, 0, 10, 4, 8, 6, 2, 6)$. Care este rădăcina arborelui și câte frunze are acesta?

13. Pentru reprezentarea unui arbore cu rădăcină cu 9 noduri, etichetate cu numere naturale de la 1 la 9, se utilizează vectorul de „tați”: $T = (7, 0, 2, 7, 6, 2, 3, 6, 5)$. Care sunt nodurile arborelui ce au exact 2 descendenți direcți (fii)?

14. Pentru reprezentarea unui arbore cu rădăcină cu 9 noduri, etichetate cu numere naturale de la 1 la 9, se utilizează vectorul de „tați”: $T = (2, 0, 1, 7, 3, 1, 2, 4, 1)$. Care sunt descendenții direcți (fiii) ai rădăcinii și câte frunze are arborele dat?

15. Câte frunze are arborele cu rădăcină, cu 9 noduri, numerotate de la 1 la 9, al cărui vector „de tați” este $(6, 6, 8, 8, 7, 7, 0, 7, 7)$?

prof. Marius UDUDEC